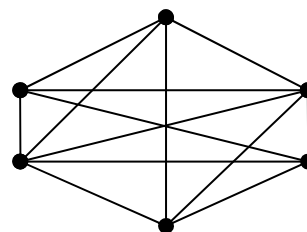
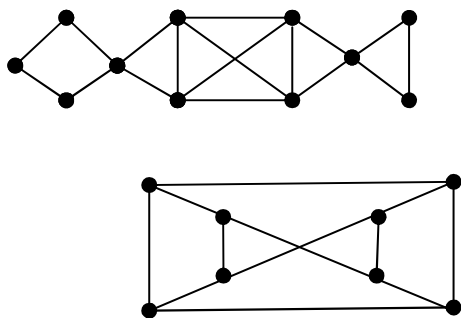


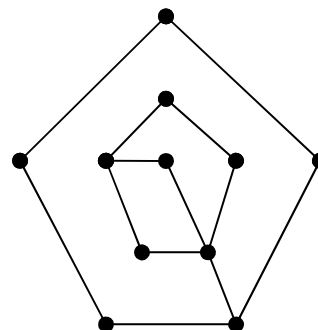
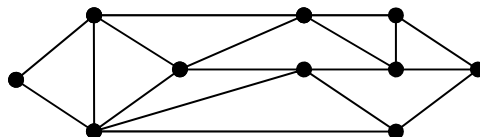
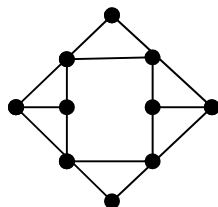
Matemáticas Discretas (MA-3421)

Guía de Ejercicios N° 6

1.- Determine si los siguientes grafos tienen o no recorrido o circuito euleriano.



2.- Determine si los siguientes grafos tienen o no camino o ciclo hamiltoniano.



3.- Pruebe que el grafo bipartito completo $K_{m,m}$ tiene ciclo hamiltoniano para todo $m \geq 3$.

4.- Determine los valores de n para los cuales el grafo completo K_n tiene circuito euleriano.
¿Para cuáles n tiene K_n un recorrido euleriano?

5.- Sea $G = (V,E)$ un grafo 6 – regular. Pruebe que si $|V| = 11$, entonces G tiene un ciclo hamiltoniano.

6.- Un árbol tiene n_2 vértices de grado 2, n_3 vértices de grado 3, ... y n_k vértices de grado k .
¿Cuántos vértices colgantes tiene?

7.- (a) Pruebe que si $F = (V,E)$ es un bosque con k componentes, entonces se verifica que $|V| = |E| + k$.

(b) Si $F = (V,E)$ es un bosque con 40 lados y siete árboles, ¿cuántos vértices tiene?

(c) Si $F = (V,E)$ es un bosque con 51 lados y 62 vértices, ¿cuántos árboles tiene?

8.- (a) Un árbol ternario T tiene 34 vértices internos. ¿Cuántos lados tiene T ?, ¿cuántas hojas tiene?

(b) ¿Cuántos vértices internos tiene un árbol 5-ario completo con 817 hojas?

9.- Trazar, si es posible, un árbol (diferente) con las siguientes propiedades o explicar por qué no existe tal árbol:

(a) con cinco vértices de grados 1,1,2,2,4

(b) con 4 vértices internos y 6 vértices colgantes

(c) con todos los vértices de grado 2.

10.- Pruebe que si G es un árbol y todos los vértices de G tienen grado impar, entonces el número de lados de G es impar.

11.- Muestre con un ejemplo que la afirmación anterior no es cierta si G no es un árbol.

12.- Pruebe que todo árbol con exactamente dos vértices de grado 1 es un camino.

13.- Sea $G = (V,E)$ un grafo conexo sin lazos. Pruebe que si todo vértice de G tiene grado mayor o igual a 2, entonces G contiene un ciclo.

14.- (a) ¿Cuál es el número máximo de vértices internos que puede tener un árbol cuaternario completo de altura 5?

(b) ¿Cuál es este número para el árbol m -ario completo de altura k ?

(c) ¿Cuál es el número máximo de hojas en los casos anteriores?

15.- Dé un ejemplo de:

(a) Un grafo $G = (V,E)$ conexo, bipartito con $V=V_1 \cup V_2$, $|V_1| = 2$, $|V_2| = 4$ y que tenga un circuito euleriano.

(b) Un grafo que tenga ciclo hamiltoniano pero no circuito euleriano.

(c) Un grafo que tenga ciclo hamiltoniano y circuito euleriano (que no sean el mismo).

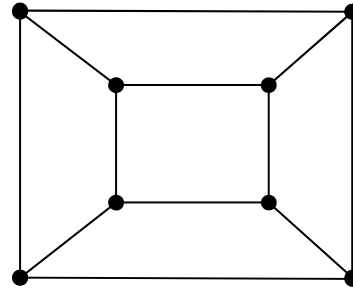
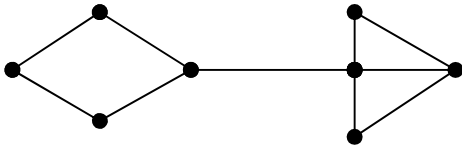
(d) Un grafo con 6 vértices y 7 lados y que no contenga ningún ciclo de longitud 4.

16.- Encuentre el número cromático de:

(a) $K_{m,n}$.

(b) Un ciclo de n vértices

(c) Los grafos siguientes:



17.- Pruebe que el número cromático de cualquier árbol es 2.

18.- Pruebe que para cualquier grafo G , el término constante de $P(G, \lambda)$ es 0.

19.- Pruebe que si $G = (V, E)$ es un grafo con $|E| > 0$, entonces la suma de los coeficientes en $P(G, \lambda)$ es 0

20.- Dé un ejemplo de un grafo G tal que $\chi(G)=3$ pero que no contenga ninguna copia de K_3 .